

Material inspirado no livro "Matemática Atual 8ª série", Antônio José Lopes Bigode. São Paulo, Atual, 1994"

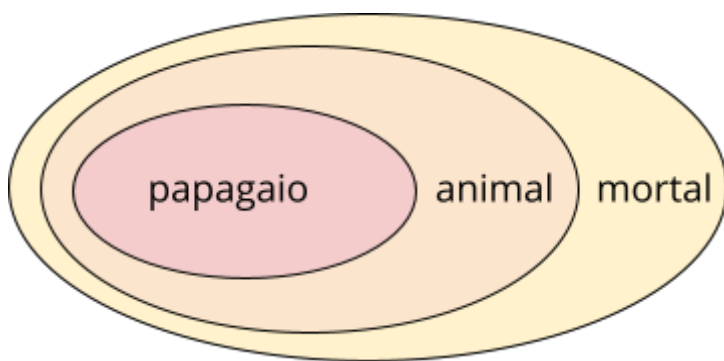
O exercício de uma boa argumentação é uma das principais habilidades que se exige de um advogado competente. Não só dos advogados, mas também de matemáticos, detetives, escritores e muitos outros profissionais. Mas não é necessário ser advogado, matemático ou detetive para precisar fazer uso de argumentação. Diariamente afirmamos ou negamos baseados num certo encadeamento lógico de informações. Veja um exemplo simples:

Todo molusco é invertebrado	← <i>premissa</i>
O caracol é um molusco	← <i>premissa</i>
Logo, o caracol é invertebrado	← <i>conclusão</i>

De um modo geral, um argumento é **válido** ou legítimo quando a conclusão é consequência lógica ou necessária das premissas. Veja outro exemplo:

Todos os animais são mortais	
O papagaio é um animal	
<hr/>	
O papagaio é mortal	

A partir de agora, vamos usar uma barra horizontal para separar as premissas das conclusões



A conclusão é claramente consequência direta das premissas. Este é um exemplo de argumentação válida. Veja ainda outro exemplo:

Todos os homens são mortais	
Alguns animais são mortais	
<hr/>	
Todos os animais são mortais	

A um argumento de duas premissas e uma conclusão chamamos **silogismo**

Aqui sabemos que a conclusão é verdadeira através de estudos científicos. No entanto, a conclusão não se segue das premissas. Logo, esse argumento **não** é válido. Inversamente, podemos ter um argumento válido com uma conclusão é falsa:

Todos os homens são feitos de queijo
Sócrates é homem

Sócrates é feito de queijo

Ou seja, a validade de um argumento não tem nada a ver com a verdade ou falsidade das premissas e conclusões. Tem a ver apenas com sua coerência interna!

Exercício 1. Analise os argumentos e decida se são válidos ou não. Se não o forem, insira ou modifique uma premissa ou uma conclusão de modo a tornar o argumento válido.

- a)** O flamengo é o time mais popular da cidade do Rio de Janeiro
Todo carioca é brasileiro

Todo flamenguista é brasileiro

- b)** Todos os números pares são divisíveis por 2
1996 é um número par

1996 é divisível por 2

- c)** Todos os políticos são populares
Alguns políticos são desonestos

Alguns desonestos são populares

- d)** Nenhum quadrado é círculo
Todos os quadrados são losangos

Todos os losangos não são círculos

- e)** A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°
A figura A é um triângulo
Os ângulos internos da figura A têm a mesma medida

Os ângulos internos da figura A medem 90°

Paradoxos

Considere o seguinte argumento:

Toda regra tem exceção
A proposição anterior é uma regra

Existe regra sem exceção

Ora, parece que a conclusão se segue das premissas. No entanto, a conclusão contraria uma das premissas! Dizemos que argumentos como esse são paradoxais. Paradoxo é, de modo geral, tudo aquilo que numa primeira abordagem parece verdadeiro, mas é falso, ou que parece falso mas é verdadeiro.

Exercício 2. Analise as afirmações abaixo.

Temos aqui três enunciados falsos.

1) $2 + 2 = 4$

2) $3 \cdot 6 = 17$

3) $8/4 = 2$

4) $13 - 6 = 5$

5) $5 + 4 = 9$

Há aí um paradoxo. Explique por quê.

Um dos paradoxos mais famosos da matemática é o paradoxo do barbeiro, formulado por Bertrand Russell (1872 - 1970), matemático e filósofo britânico, em 1918. Diz o paradoxo:

O barbeiro de Sevilha faz a barba de todos os sevilhanos, e apenas desses, que não se barbeiam a si próprios. O barbeiro de Sevilha pode barbear-se a si próprio?

Suponha que sim. Então ele faz a barba de si próprio. Mas o barbeiro só faz a barba dos que não se barbeiam a si próprios.

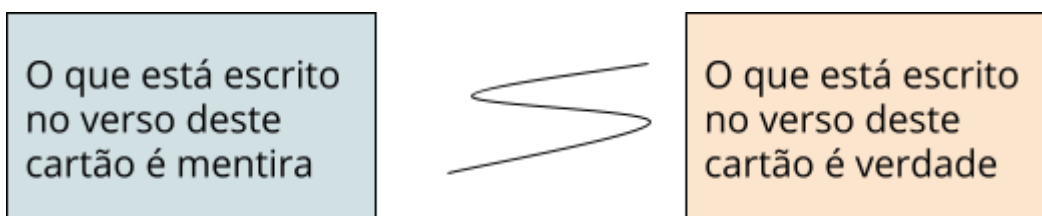
Suponha, então, que ele não faz sua própria barba. Mas todos os que não se barbeiam a si próprios fazem a barba com o barbeiro de Sevilha, então ele faz a própria barba.

Este paradoxo é um exemplo de um enunciado circular, que ora nega, ora confirma. Com o paradoxo do barbeiro Bertrand Russell colocou em xeque toda uma teoria matemática que se desenvolvia no começo do século XX.

Exercício 3.

a) Atribui-se a Epimênides a seguinte afirmação: “*Todos os cretenses são mentirosos*”. Entretanto, o próprio epimênides era cretense. Trata-se de um paradoxo? Explique.

b) Considere um cartão com uma frase impressa em cada lado. Veja:



Trata-se de um paradoxo? Explique.

Enigmas e passatempos lógicos

Considere o seguinte problema. Um enorme vaso foi roubado de um armazém. O ladrão (ou ladrões) fugiu de carro. Três famosos delinquentes, A, B e C, foram presos e interrogados. Os seguintes fatos ficaram estabelecidos:

- a) Nenhuma outra pessoa, salvo A, B e C, esteve implicada no roubo;
- b) C nunca pratica um roubo sem usar A como cúmplice;
- c) B não sabe dirigir.

O delinquente A é inocente ou culpado? Tente resolver sozinho antes de continuar lendo.

Solução:

Primeiro, vamos mostrar que A ou C são culpados.

Se B é inocente, então A ou C são culpados **(a)**

Se B é culpado, então tem que ter contado com um cúmplice **(c)**

Agora, se C é inocente, então A é culpado, já que A ou C são culpados.

Se C é culpado, então A é cúmplice **(b)**, então A é culpado.

Logo, A é culpado.

Se preferir, podemos construir uma tabela em que constam todas as possibilidades de combinação de culpado **(c)** e inocente **(i)** para cada suspeito:

A	B	C	
c	c	c	
c	c	i	
c	i	c	
c	i	i	
i	c	c	← hipótese eliminada pelo item b)
i	c	i	← hipótese eliminada pelo item c)
i	i	c	← hipótese eliminada pelo item b)
i	i	i	← hipótese eliminada pelo item a)

Repare que em todas as hipóteses possíveis (em verde), ou seja, as que não foram eliminadas (em vermelho), A é culpado. Com isso podemos concluir que A é culpado. Repare também que não conseguimos concluir nada sobre a inocência de B e C.

Exercício 4. Escolha três dos cinco enigmas abaixo para resolver. Apresente o seu raciocínio e argumentação.

I) Um enorme vaso foi roubado de um armazém. O ladrão (ou ladrões) fugiu de carro. Três famosos delinquentes, A, B e C, foram presos e interrogados. Os seguintes fatos ficaram estabelecidos:

- Se A é culpado e B inocente, então C é culpado
- C nunca faz um trabalho sozinho
- A nunca trabalha com C
- Não existe suspeito, salvo A, B ou C. Pelo menos um deles é culpado

O que se pode deduzir desses fatos?

II) O Sr. McGregor, um comerciante londrino, telefonou para a Scotland Yard dizendo que sua loja havia sido roubada. Três suspeitos, A, B e C, foram capturados e interrogados. Os seguintes fatos ficaram estabelecidos:

- Cada uma das pessoas A, B e C havia estado na loja no dia do roubo; ninguém mais havia estado lá nesse dia
- Se A fosse culpado ele teria exatamente um cúmplice
- Se B fosse inocente, C também o seria
- Se dois, e só dois, fossem culpados, então A seria um deles.
- Se C fosse inocente, B também o seria.

Quem foi acusado pela Scotland Yard?

III) Suponha uma ilha onde cada habitante é mentiroso ou então é não-mentiroso. Suponha que o mentiroso sempre mente e que o não mentiroso nunca mente.

Três habitantes da ilha, A, B e C, estão nu jardim. Um estranho se aproxima de A e pergunta: "Quantos de vocês são não-mentirosos?"

A responde de maneira ininteligível

O estranho pergunta a B: "O que foi que A disse?"

B responde: "A disse que entre nós só um é não-mentiroso"

C diz: "Não acredite em B, ele está mentindo".

O que são B e C?

IV) Suponha a mesma ilha do exercício III). A pessoa A e a pessoa B estão conversando. A diz a B: "Pelo menos um de nós é mentiroso". O que são A e B?

V) Em uma sala há três cofres, um ao lado do outro. Em cada cofre há um rótulo. Apenas um dos cofres contém uma fortuna. Apenas um dos rótulos diz a verdade. Veja:

1º cofre	2º cofre	3º cofre
A fortuna está neste cofre	A fortuna não está neste cofre	A fortuna não está no primeiro cofre

Qual é o rótulo que diz a verdade? Em que cofre está a fortuna?

Exercício 5. Em grupos de três ou quatro pessoas, pesquisem o significado dos seguintes termos, no contexto da matemática:

- teorema
- conjectura
- demonstração/prova
- lema
- corolário
- axioma

O resultado da pesquisa deve ser um texto que **articule** todos esses conceitos. O texto deve conter **exemplos** para cada conceito, notadamente, ele deve incluir uma demonstração de algum teorema. As fontes consultadas devem ser referenciadas.