Números que geram outros números

Resolução

8º ano fev/2021

exercício 1.

a) Quantos são os números que podem ser gerados pelo número dois?

Infinitos. Sempre podemos mutiplicar por dois mais uma vez.

b) Como chamam-se os números que podem ser gerados pelo número dois?

"Potências de 2"

c) Dê um exemplo de um número que não pode ser gerado pelo número dois.

O número 6 não pode ser gerado somente pelo 2.

exercício 2.

a) O número 2171 é múltiplo de 13 e de 167. O número 2171 é primo? E o número 41, é primo? Justifique as respostas.

O número 2171 não é primo, pois se é múltiplo, pode ser gerado. Veja:

$$2171 = 13 \cdot 167$$

O 41 não pode ser decomposto de maneira semelhante, logo, ele não é gerado, logo, ele é primo.

b) Estamos considerando aqui a seguinte definição de número primo: "aquele que é gera mas não é gerado". Existe outra definição, que você já deve ter ouvido, que diz que o número primo é "aquele que só é divisível pelo número 1 e por ele mesmo". Essas duas definições são equivalentes? Ou seja, existe algum número que é primo de acordo com uma das definições mas não é primo de acordo com a outra?

De acordo com a primeira definição, o número um não é primo, pois não gera nada. De acordo com a segunda, o número um é primo, já que é divisível por um e por ele mesmo. Logo, as definições não são equivalentes (estão em "desacordo" sobre o um).

c) Complete as sentenças.

i) $30 = 6 \cdot 5 = 3 \cdot 2 \cdot 5$

ii) $44 = 4 \cdot 11 = 2^2 \cdot 11$

iii) $200 = 8 \cdot 25 = 2^3 \cdot 5^2$

d) Considere a sequência dos múltiplos de 6:

6, 12, 18, 24, 30 ...

Decomponha os seguintes múltiplos de 6 em fatores primos: **6, 18, 30 e 42**. Quais são os fatores primos comuns a todas essas decomposições?

$6 = 2 \cdot 3$
$18 = 2 \cdot 3^2$
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$
Os números 2 e 3 são fatores primos comuns a todas as decomposições. O que faz sentido, já que são todos múltiplos de 6, e dois vezes três é a decomposição em fatores primos do 6.

e) Veja que coincidência:

- divisores de 6: **1, 2, 3**
- soma desses divisores: **1 + 2 + 3 = 6**

Os gregos da escola de Pitágoras chamaram os números que apresentam essa propriedade de **números perfeitos**.

i) Descreva com suas palavras a propriedade a que estamos nos referindo. Ou então: o que faz um número ser **perfeito?**

Um número é perfeito quando a soma dos seus divisores menores que ele é igual a ele mesmo.

ii) O número 10 é perfeito? Justifique.

Não é perfeito, já que os divisores de 10 são 1, 2 e 5. Mas 1 + 2 + 5 é 8 e não 10.

iii) Há um número perfeito entre 25 e 30. Que número é esse? Justifique.

28 é perfeito, já que seus divisores são 2, 4, 7 e 14, e 1 + 2 + 4 + 7 + 14 é igual a 28.

exercício 3.

Faça uma tabela como a mostrada abaixo, preenchendo-a até n = 20. Sugiro usar uma planilha eletrônica. Se fizer no caderno, você vai precisar de uma calculadora.

n	1	2	3	4	5	6	...
1/n	1	0,5	0,333...	?	?	?	?

Alguns desses quocientes são números decimais com um número **finito** de casa decimais e outros são **dízimas periódicas**, ou seja, têm infinitas casas decimais. Reflita sobre o motivo por que algumas divisões terminam e outras não, e responda a pergunta: que característica deve ter o número n para que $\frac{1}{n}$, na forma decimal, tenha um número finito de casas decimais?

Registre as etapas da investigação:

exploração
elaboração de hipóteses
verificação das hipóteses elaboradas
conclusão (*somente se possível: essa é a parte menos importante*)